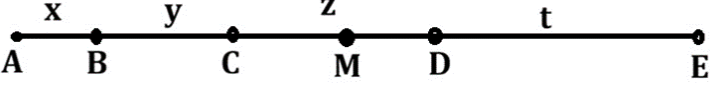


OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 6 februarie 2026

Clasa a VI-a - Barem

<p>1. Un număr natural are un număr impar de divizori dacă și numai dacă este pătrat perfect.</p> <p>Fie m un număr natural de 3 cifre divizibil cu $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$.</p> <p>Dacă m are un număr impar de divizori, rezultă că m este pătrat perfect.</p> <p>Cum m este divizibil cu numerele prime 2,3,7, rezultă că este divizibil cu pătratele lor, deci $m : 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 1764$. Însă m are doar trei cifre, contradicție.</p> <p>Așadar nu există nici un număr de trei cifre divizibil cu 42 care să aibă un număr impar de divizori.</p>	<p>6p</p> <p>2p</p> <p>4p</p> <p>6p</p> <p>3p</p>
<p>2. Din enunț obținem $xy = (x + 25) \cdot (y - 1) = (x - 25) \cdot (y + 2)$ $\Leftrightarrow xy = xy - x + 25y - 25 = xy + 2x - 25y - 50 \Leftrightarrow 0 = 25y - x - 25 =$ $= 2x - 25y - 50$. Din prima egalitate obținem: $x = 25y - 25$. Din egalitatea $2x - 25y - 50 = 0$ obținem $2 \cdot (25y - 25) - 25y - 50 = 0$ $\Leftrightarrow 50y - 50 - 25y - 50 = 0 \Leftrightarrow 25y = 100 \Rightarrow y = 4$. $x = 25y - 25 = 25 \cdot 4 - 25 = 75$</p>	<p>6p</p> <p>6p</p> <p>6p</p> <p>3p</p>
<p>3.</p>  <p>Notăm lungimile $AB = x, BC = y, CD = z, DE = t$ și avem deci: $AM = \frac{x+y+z+t}{2}$, $AN = \frac{x+y+z}{2}$.</p> <p>Deci N este pe dreaptă între A și M, iar $MN = AM - AN = \frac{x+y+z+t}{2} - \frac{x+y+z}{2} = \frac{t}{2}$. Rezultă $y = BC = MN = \frac{t}{2}$, deci $t = 2y$.</p> <p>Cum M este pe dreaptă între C și D, rezultă că $MD = AD - AM = x + y + z - \frac{x+y+z+t}{2} = \frac{x+y+z-t}{2}$.</p> <p>Din $AB = MD$ rezultă că $x = \frac{x+y+z-t}{2}$, de unde $x + t = y + z$.</p> <p>Din relația (1) rezultă că $x + 2y = y + z$, deci $x + y = z$. Atunci $AN = \frac{x+y+z}{2} = z = x + y = AC$, de unde rezultă că punctele N și C coincid.</p>	<p>6p</p> <p>5p</p> <p>5p</p> <p>5p</p>

4. Din enunț obținem că: $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + n - 1) = 180$	6p
$\Leftrightarrow nx + \frac{(n-1)n}{2} = 180 \Leftrightarrow n(x + \frac{n-1}{2}) = 180. (1)$	6p
Dacă n este impar, rezultă că $\frac{n-1}{2}$ este număr natural, deci n este un divizor al lui 180, iar din relația anterioară obținem că $180 > n \cdot \frac{n-1}{2}. (2)$	3p
Divizorii lui 180 sunt: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180, iar n este un număr impar dintre acestea.	3p
$n = 45$ nu verifică condiția (2).	
Pentru $n = 15$, condiția (2) este îndeplinită și din (1) obținem că $x + 7 = 12, x = 5$.	
Deci valoarea maximă a lui n impar este $n = 15$.	3p

NOTĂ

- Orice soluție corectă se punctează similar baremului
- Se acorda 16 puncte din oficiu
- Punctajul maxim este de 100 puncte